Uppgift 1 .... *(6 poäng)*

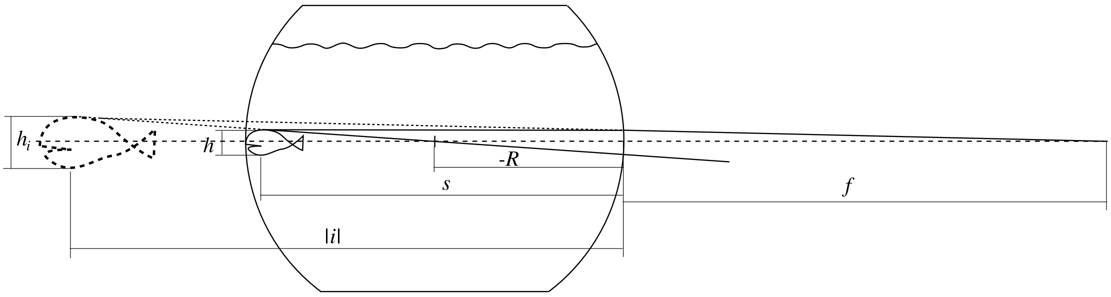
En 3 cm stor guldfisk simmar i en glasskål. Skålen har sfäriska ytor med radien 15 cm. Skålens tjocklek är försumbar och vattnet har brytningsindex 1,33 ($\approx 4/3$). Hur stor ser fisken ut för en betraktare som befinner sig på avstånd?

(a) (2 poäng) När fisken är vid glaset precis mot betraktaren.

(b) (2 poäng) När fisken är längst bort vid motsatta kanten.

(c) (2 poäng) Generellt när fisken är på avståndet s från den närmaste kanten. (Men förstås kvar i skålen.)

Lösning:



För en buktig yta gäller

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

Bildens läge ges alltså av

$$i = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{s}}.$$

Per definition får vi f genom

$$f = \lim_{s \to \infty} i = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = 3R$$

Vi löser (c) direkt så får vi svaren på (a) och (b) automatiskt. Linjen från fokuspunkten till punkten på den virtuella bilden på fisken har hela tiden samma lutning. Som skissen är ritad med en virtuell bild på bortsidan av skålen gäller så länge $|i| < f$, men i vårt fall är $|i| \leq 2R < f$. Vi får då av likformiga trianglar att

$$\begin{aligned}
\frac{h}{f} &= \frac{h_i}{f + i} \\
h_i &= h\left(1 + \frac{i}{f}\right) \\
&= h\left(1 + \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{s}} \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}\right) \\
&= h\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{n_1 R}{s(n_2 - n_1)}}\right) \\
&= 3\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{4/3 R}{1/3 s}}\right) \text{ cm} \\
&= \underline{3\left(1 + \frac{1}{1 + \frac{4R}{s}}\right) \text{ cm}},
\end{aligned}$$

vilket är svaret på (c).

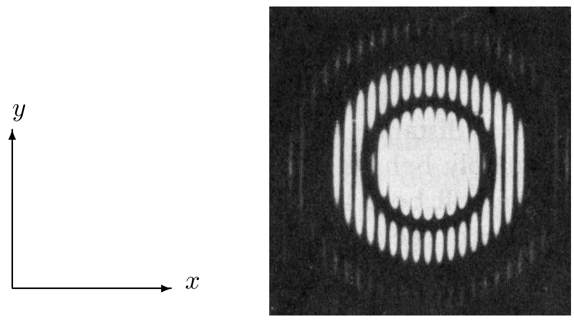
(a) Funktionen har inget värde för $s = 0$ men $\underline{\lim_{s \to 0} h_i = 3\,\text{cm}}$.

(b) Insättning av $s = 2R$ ger $\underline{4\,\text{cm}}$.

Observera att sista parentesen ger förstoringen i en sfär med vatten oavsett sfärens storlek.

Uppgift 2 .... *(6 poäng)*

Bilden i figur 1 kommer från ett experiment där monokromatiskt ljus fått gå genom två små cirkulära hål intill varandra i en skärm och därmed ger upphov till mönstret i figuren på en andra skärm placerad en bit från den första.



Figur 1:

(a) (1 poäng) Vilket fenomen ger upphov till det tvärrandiga mönstret i figur 1?

Lösning:
Interferens i ljuset som passerar båda hålen.

(b) (1 poäng) Vilket fenomen ger upphov till mönstret med de koncentriska cirklarna i figur 1?

Lösning:
Diffraktion i de enskilda hålen.

(c) (1 poäng) De två skärmarna i experimentet var placerade i parallella plan. Var hålen placerade separerade från varandra i x- eller y-led enligt koordinatsystemet till vänster i figuren.

Lösning:
De var separerade i $\underline{x\text{-led}}$.

(d) (3 poäng) Hur stort är avståndet mellan centrum av hålen i förhållande till diametern på de enskilda hålen?

Lösning:
Vinkeln Θ mellan centralmax och första minimum för diffraktion genom en cirkulär öppning ges av

$$\sin\Theta = 1{,}22\lambda/D,$$

där λ är våglängden och D är hålets diameter. Vinklarna ϕ_m för m:te diffraktionsmaximum räknat från centralmax ges av

$$d\,\sin\phi_m = m\,\lambda$$

där d är avståndet mellan hålen. Från figuren ser vi att 5:e interferensmax sammanfaller med första diffraktionsmin, dvs

$$\begin{aligned}
\phi_5 &= \Theta \\
\sin\phi_5 &= \sin\Theta \\
\frac{5\,\lambda}{d} &= \frac{1{,}22\,\lambda}{D} \\
\frac{d}{D} &= \frac{5}{1{,}22} \approx \underline{\underline{4{,}1}}
\end{aligned}$$

Uppgift 3 .... *(3 poäng)*

Johannes Rydberg kom fram till det empiriska samband för övergångar i väteatomen som sammanfattas i Rydbergs formel. Konstanten i formeln, Rydbergs konstant för väte, har bestämts till $R_\mathrm{H} = 109678\,\mathrm{cm}^{-1}$.

(a) (2 poäng) Balmerserien i väte innehåller en linje med våglängden 434,5 nm, mellan vilka huvudnivåer sker denna övergång?

> **Lösning:**
> Balmerserien ger $\underline{n_1 = 2}$ Rydbergs formel ger
>
> $$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= R_\mathrm{H}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \\ \frac{1}{n_2^2} &= \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{\lambda\, R_\mathrm{H}} \\ n_2 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{\lambda\, R_\mathrm{H}}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{434{,}5\cdot 10^{-9}\cdot 1{,}09678\cdot 10^{7}}}} \\ &\approx \underline{5} \end{aligned}$$

(b) (1 poäng) Kan ljuset i den emmissionslinjen ge upphov till fotoelektroner från litium som har utträdesarbetet 2,46 eV?

> **Lösning:**
> Fotonenergin ges av
>
> $$E = \frac{h\,c}{\lambda} = \frac{4{,}136\cdot 10^{-15}\cdot 3\cdot 10^{8}}{434{,}5\cdot 10^{-9}}\,\mathrm{eV} = 2{,}86\,\mathrm{eV},$$
>
> vilket är mer än utträdesarbetet och svaret är ja.

Uppgift 4 .... *(3 poäng)*

Rent kisel (Si) har ett bandgap på 1,14 eV. Genom att dopa kisel med aluminium (Al) får man ferminivån 0,057 eV ovan valensbandet och genom att dopa med arsenik (As) får man ferminivån 0,049 eV under botten på ledningsbandet.

Om man för samman kisel dopat med aluminium respektive arsenik får man en diod.

(a) (1 poäng) Vilken är framriktningen för dioden beskriven ovan?

> **Lösning:**
> Framriktningen är från p-sidan till n-sidan dvs från den aluminiumdopade till den arsenikdopade.

(b) (2 poäng) Hur stor blir kontaktpotentialen för dioden beskriven ovan?

> **Lösning:**
> Fermienergierna kommer på samma potential i dioden och kontaktpotentialen ges av potentialskillnaden för ledningsbanden. För Al-dopade:
>
> $$E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} = E_\mathrm{g} - (E_\mathrm{F} - E_\mathrm{v}) = (1{,}14 - 0{,}057)\,\mathrm{eV}$$
>
> För As-dopade:
>
> $$E_\mathrm{c} - E_\mathrm{F} = 0{,}049\,\mathrm{eV}$$

Energiskillnaden är alltså

$$(1{,}14 - 0{,}057 - 0{,}049)\,\mathrm{eV} = 1{,}03\,\mathrm{eV} = eV_0$$

vilket ger

$$\underline{V_0 = 1{,}03\,\mathrm{V}}$$

Uppgift 5 .... *(6 poäng)*

För fusionsenergi till kraftutvinning studeras två alternativa processer, D–D-cykeln

$$^{2}\mathrm{H} + {}^{2}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \mathrm{n} \quad (1)$$

och D–T-cykeln

$$^{2}\mathrm{H} + {}^{3}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + \mathrm{n}. \quad (2)$$

Atomer av de ingående kärnorna har följande massor i universella massenheten $1\,\mathrm{u} = 931{,}4943\,\mathrm{MeV}$:

$^{2}\mathrm{H}$	2,0141018 u
$^{3}\mathrm{H}$	3,0160493 u
$^{3}\mathrm{He}$	3,0160293 u
$^{4}\mathrm{He}$	4,0026032 u

(a) (2 poäng) Vilken av reaktionerna (1) och (2) ger mest energi? Motivera svaret.

Lösning:
Energin ges av masskillnaden före och efter reaktionen. (1) ger:

$$\Delta m = (2 \cdot 2{,}0141018 - 3{,}0160293)\mathrm{u} - m_{\mathrm{n}} \approx 1{,}0122\,\mathrm{u} - m_{\mathrm{n}},$$

där m_{n} är neutronmassan medans (2) ger:

$$\Delta m = (2{,}0141018 + 3{,}0160493 - 4{,}0026032)\mathrm{u} - m_{\mathrm{n}} \approx 1{,}0275\,\mathrm{u} - m_{\mathrm{n}},$$

vilket är mer och således är den reaktion som omvandlar mest massa till energi.

(b) (2 poäng) $^{3}\mathrm{H}$ sönderfaller radioaktivt med β^{-}-sönderfall med en halveringstid på 13,32 år. Skriv ner formeln för det sönderfallet.

Lösning:

$$^{3}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}\mathrm{He} + \mathrm{e}^{-} + \bar{\nu}_{\mathrm{e}}$$

(c) (2 poäng) Sker reaktionerna (1), (2) respektive sönderfallet i (b) med svag eller stark växelverkan? Motivera svaren t. ex. med vilken växelverkanspartikel som är aktuell i respektive fall.

Lösning:
I (1) och (2) är det samma kärnpartiklar kvar efter som före reaktionen. Det är alltså endast krafter som håller ihop kärnpartiklarna med varandra i kärnan som är inblandade. Det är <u>stark växelverkan</u> med utbyte av pioner.

β-sönderfall är alltid med <u>svag växelverkan</u> här är växelverkanspartikeln W^{-}.